104 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 104-1-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	D	A	D	A	A	B	B	C	D	B	A	C	A	D	C	B	D	D	B	C	C	A

1. $\because \cos\dfrac{2\pi}{3}<0$ ， $\tan\dfrac{7\pi}{4}<0$

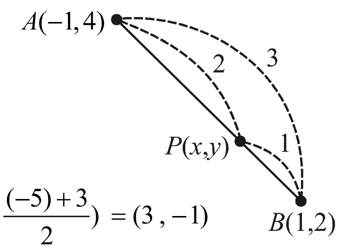
   $\therefore (\cos\dfrac{2\pi}{3},\tan\dfrac{7\pi}{4})=(-,-)$ 在第三象限

2. $\because \overline{AB}=3\overline{BP}\Rightarrow \overline{AB}：\overline{BP}=3：1\Rightarrow \overline{AP}：\overline{BP}=2：1$

   $\therefore x=\dfrac{2\times1+1\times(-1)}{2+1}=\dfrac{1}{3}$

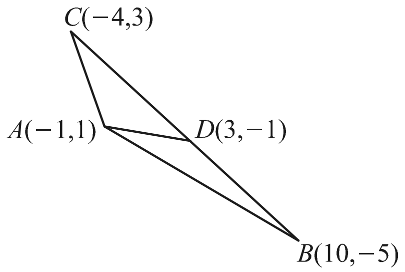
   $y=\dfrac{2\times2+1\times4}{2+1}=\dfrac{8}{3}$

   $\Rightarrow x+y=3$



3. $\overline{BC}$ 之中點 $D(\dfrac{10+(-4)}{2},\dfrac{(-5)+3}{2})=(3,-1)$

   $\overline{BC}$ 之中線 $\overline{AD}=\sqrt{(-1-3)^2+(1+1)^2}=2\sqrt{5}$



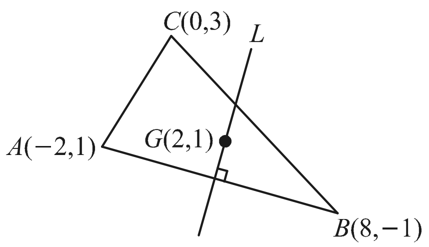
4. 設直線 L 通過 ΔABC 之重心且與 $\overline{AB}$ 垂直

   ΔABC 重心 $G(\dfrac{(-2)+8+0}{3},\dfrac{1+(-1)+3}{3})=(2,1)$

   $\overline{AB}$ 的斜率 $m_{\overline{AB}}=\dfrac{1-(-1)}{-2-8}=-\dfrac{1}{5}$

   又直線 L 與 $\overline{AB}$ 垂直 $\Rightarrow L$ 的斜率 $m_L=5$

   故 $L：y-1=5(x-2)\Rightarrow 5x-y-9=0$



5. $\because a$ 、 b 為兩個不為 0 的實數

   依題意得： x 截距 $\dfrac{3}{a}=y$ 截距 $\dfrac{3}{b}\Rightarrow a=b$

   $\Rightarrow L：ax+ay-3=0$

   $\because$ 過 $(-5,2)$ ，$\therefore -5a+2a-3=0\Rightarrow a=-1$

   $\Rightarrow a=-1$ ， $b=-1\Rightarrow a+b=-2$

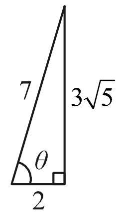
6. $\because$ 大角對大邊

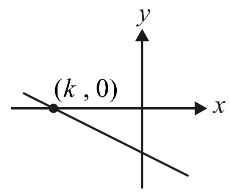
   $\therefore \cos\theta=\dfrac{7^2+8^2-9^2}{2\times7\times8}=\dfrac{2}{7}$

   又 $0<\theta<\pi$ 且 $\cos\theta>0$

   $\Rightarrow \theta$ 為第一象限角

   如右圖所示， $\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$



7. 

   $\Rightarrow k<0$

   兩平行線距離 $d=\dfrac{|k-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\sqrt{5}\Rightarrow |k-4|=10$

   $\Rightarrow k=14$ ， -6 (14 不合，$\because k<0$)，$\therefore k=-6$

8. 原式 $=-\sin30^\circ+\cos60^\circ+\sec30^\circ-\csc60^\circ$

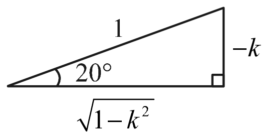
   $=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=0$

9. $\because \sin340^\circ=-\sin20^\circ=k$

   $\Rightarrow \sin20^\circ=-k$

   $\therefore \tan2000^\circ=\tan200^\circ$

   $=\tan20^\circ=\dfrac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$



10. $\because (\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\sin\theta\cos\theta=1-\sin2\theta=\dfrac{1}{4}$

    $\therefore \sin\theta-\cos\theta=\pm\dfrac{1}{2}$ ，又 $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$

    $\therefore \sin\theta<\cos\theta\Rightarrow \sin\theta-\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$

11. $a=\sin850^\circ=\sin130^\circ=\sin50^\circ<1$

    $b=\cos(-430^\circ)=\cos290^\circ=\cos70^\circ=\sin20^\circ<1$

    $c=\tan955^\circ=\tan235^\circ=\tan55^\circ>\tan45^\circ=1$

    $\because \sin x$ 函數在 $0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$ 為遞增函數

    $\therefore \sin50^\circ>\sin20^\circ$ ，即 $a>b$ ，故 $c>a>b$

12. $\because \dfrac{1}{1-\cos\theta}+\dfrac{1}{1+\cos\theta}=\dfrac{(1+\cos\theta)+(1-\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$

    $=\dfrac{2}{\sin^2\theta}=2\csc^2\theta=2(1+\cot^2\theta)$

    又 $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$ ， $\therefore \cot\theta=2\Rightarrow$ 原式 $=2(1+2^2)=10$

13. $\overrightarrow{AP}=(x-1,y-2)$

    $\overrightarrow{BC}=(3,4)\Rightarrow |\overrightarrow{BC}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overrightarrow{AP}=-\frac{10}{5}(3,4)=(-6,-8)$

$\Rightarrow\begin{cases}x-1=-6\\y-2=-8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-5\\y=-6\end{cases}$，$\therefore x-y=1$

14. $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=1$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ=1\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$\because(\vec{a}-\vec{b})$與$(\vec{a}-k\vec{b})$互相垂直

$\therefore(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-k\vec{b})=0$

$\Rightarrow|\vec{a}|^2-(k+1)\vec{a}\cdot\vec{b}+k|\vec{b}|^2=0$

$\Rightarrow 1-\frac{k+1}{2}+k=0\Rightarrow k=-1$

15. 設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 θ

$\because\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，$\therefore\vec{a}+2\vec{b}=-\vec{c}$

$\Rightarrow|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|-\vec{c}|^2\Rightarrow|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow 4+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4=12\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=1\Rightarrow|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=1$

$\Rightarrow\cos\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}$($\because$向量夾角 θ，$0\le\theta\le\pi$)

16. $3\sin^2\theta=8\cos\theta\Rightarrow3(1-\cos^2\theta)=8\cos\theta$

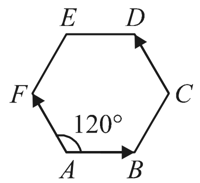
$\Rightarrow3\cos^2\theta+8\cos\theta-3=0\Rightarrow(\cos\theta+3)(3\cos\theta-1)=0$

$\Rightarrow\cos\theta=-3,\frac{1}{3}$ (-3不合)，$\therefore\cos\theta=\frac{1}{3}$

17. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$

$=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AF}|\cos120^\circ$

$=2\times2\times(-\frac{1}{2})=-2$



18. $f(x)=(1-\sin^2x)+\sin x$

$=-\sin^2x+\sin x+1$

$=-(\sin^2x-\sin x+\frac{1}{4})+1+\frac{1}{4}=-(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}$

又 $-1\le\sin x\le1$

$\therefore$當 $\sin x=\frac{1}{2}$ 時，$f(x)$ 的最大值為 $\frac{5}{4}$

19. $\overrightarrow{AB}=(-1,2)\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{5}$

$\overrightarrow{AC}=(-4,2)\Rightarrow|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(-3,0)\Rightarrow|\overrightarrow{BC}|=3$

$\therefore\Delta ABC$ 周長 $=3+3\sqrt{5}$

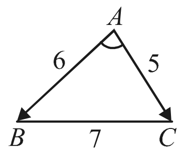
20. $\because\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

$\therefore\angle A=45^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$\angle C=75^\circ$

又 $\frac{\overline{BC}}{\sin A}=\frac{\overline{AC}}{\sin B}\Rightarrow\frac{\overline{BC}}{\sin45^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin60^\circ}\Rightarrow\overline{BC}=4\sqrt{2}$

21. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A$

$=6\times5\times\frac{6^2+5^2-7^2}{2\times6\times5}=6$



22. (A) $b^2-4ac=25-12=13>0$

(B) $b^2-4ac=9-20=-11<0$

(C) $b^2-4ac=25+12=37>0$

(D) $b^2-4ac=9+20=29>0$

圖形恆在 x 軸上方(恆正)的條件為

$a>0$，$b^2-4ac<0$，故選(B)

23. 如題目圖示，α、β、γ 均為銳角

$\tan\alpha=\frac{1}{3}$，$\tan\beta=\frac{1}{2}$，$\tan\gamma=1\Rightarrow\gamma=45^\circ$

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=1$

$\Rightarrow\alpha+\beta=45^\circ$ ($\because 0<\alpha+\beta<\pi$)

故 $\alpha+\beta+\gamma=90^\circ$

24. 圓心角 $\theta=60^\circ=\frac{\pi}{3}$

弓形面積＝(扇形面積)－(三角形面積)

$=\frac{1}{2}\times6^2\times\frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin60^\circ=6\pi-9\sqrt{3}$

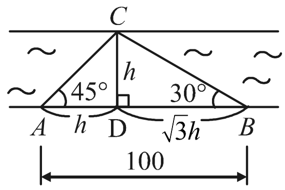
25. 如右圖所示，設河寬為 h 公尺

則 $\overline{CD}=h$、$\overline{BD}=\sqrt{3}h$

$\overline{AB}=h+\sqrt{3}h=100$

$\Rightarrow(\sqrt{3}+1)h=100$

$\Rightarrow h=\frac{100}{\sqrt{3}+1}=50(\sqrt{3}-1)$



故河寬為 $50(\sqrt{3}-1)$ 公尺