104 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷　　104-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	C	D	A	C	C	D	D	A	D	B	A	B	A	C	B	C	B	C	A	D	B	D

1. $A(1,2)$，$B(3,5)\Rightarrow\overline{AB}=\sqrt{(1-3)^2+(2-5)^2}=\sqrt{13}$
2. 正方形兩對角線互相垂直，其中過 A 、 C 的對角線爲 $3x+2y=1\Rightarrow$ 過 B 、 D 的對角線必爲 $2x-3y=k$
(本題取 $k=1$)
3. (A) $x-2y+5=0$ 的斜率爲 $\frac{1}{2}$
(B) $y=2x-3$ 的斜率爲 2， y 截距爲 -3
(C) $x=1$ 的斜率不存在
(D) 斜率 $=\frac{2-5}{1-2}=3$
4. 平行四邊形 $ABCD\Rightarrow\overline{AC}$ 中點等於 $\overline{BD}$ 中點
令 $D(x,y)=(\frac{2+1}{2},\frac{1+1}{2})=(\frac{0+x}{2},\frac{4+y}{2})$
$\Rightarrow x=3$， $y=-2$，所以 $D(3,-2)$
$G(\frac{0+1+3}{3},\frac{4+1-2}{3})=(\frac{4}{3},1)=(m,n)$
$m-n=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$
5. 令 θ 終邊上一點 $P(x,y)$， P 到原點距離爲 $r>0$
由 $\csc\theta\times\cos\theta<0\Rightarrow\frac{r}{y}\times\frac{x}{r}<0$ 知 x 與 y 異號
由 $\sin\theta<0\Rightarrow\frac{y}{r}<0$ 知 $y<0$
所以 $x>0$， $y<0\Rightarrow\theta$ 爲第四象限角
6. $\angle B$ 、 $\angle C$ 都是銳角且 $\angle B+\angle C=90°$， $\sin B=\frac{4}{5}$
$\cos A+\tan B+\sin C=\cos 90°+\tan B+\sin(90°-\angle B)$
$=0+\frac{4}{3}+\cos B=\frac{4}{3}+\frac{3}{5}=\frac{29}{15}$
7. 若 $\sin\theta\times\cos\theta=0$ 且 $\sin\theta\neq 0\Rightarrow\cos\theta=0$
代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，得 $\sin^2\theta=1\Rightarrow\sin\theta=\pm 1$
8. $\cos 150°+\tan 240°=-\cos 30°+\tan 60°$
$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
9. $\tan\theta=2$， $\sec\theta<0\Rightarrow\cos\theta<0$， $\sin\theta<0$
$\Rightarrow\sin\theta=\frac{-2}{\sqrt{5}}$， $\sin(360°-\theta)=-\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$
10. $\sin 128°=\sin 52°=\cos 38°=\cos(360°-38°)=\cos 322°$
11. $\cos 320°\cos 10°+\sin 320°\sin 10°=\cos(320°-10°)$
$=\cos 310°$
12. 令 $\sin x+\cos x=t\Rightarrow(\sin x+\cos x)^2=t^2$
展開得 $1+2\sin x\cos x=t^2\Rightarrow 1+\sin 2x=t^2$
$\Rightarrow\sin 2x=t^2-1$ 代入得 $f(x)=(t^2-1)+3t+1$
$=t^2+3t=(t+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}$……①
$-\sqrt{2}\le t=\sin x+\cos x\le\sqrt{2}\Rightarrow-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$
$\Rightarrow\frac{3}{2}-\sqrt{2}\le(t+\frac{3}{2})\le\frac{3}{2}+\sqrt{2}$
$\Rightarrow\frac{17}{4}-3\sqrt{2}\le(t+\frac{3}{2})^2\le\frac{17}{4}+3\sqrt{2}$
代入①式得 $2-3\sqrt{2}\le(t+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}\le 2+3\sqrt{2}$
亦即 $2-3\sqrt{2}\le f(x)\le 2+3\sqrt{2}\Rightarrow$ 最大值爲 $2+3\sqrt{2}$
13. 三邊長爲 4、5、7，內切圓半徑爲 r
$\Rightarrow\Delta ABC$ 的面積 $=r\times\frac{4+5+7}{2}$
$\Rightarrow\Delta ABC$ 的面積 $=\sqrt{8\times(8-4)(8-5)(8-7)}$
$=\sqrt{8\times 4\times 3\times 1}=4\sqrt{6}$
所以 $4\sqrt{6}=r\times 8$，得 $r=\frac{\sqrt{6}}{2}$
14. ΔABC 中，$\overline{BC}=6\Rightarrow a=6$，而 $\angle B=12°$，$\angle C=138°$
$\Rightarrow\angle A=180°-12°-138°=30°$，由 $\frac{a}{\sin A}=2R$ 知
$a=2R\sin A\Rightarrow 6=2R\sin 30°$，得 $R=6$
15. ΔABC 中， $\overline{AB}=c=2$， $\overline{AC}=b=1$， $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$
得 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{7}{16}}=\frac{3}{4}$
ΔABC 的面積 $=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times 1\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$
16. $(\sin\theta+\cos\theta)^2=\frac{1}{9}\Rightarrow 1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$
$\Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta=-\frac{8}{9}$，即 $\sin 2\theta=-\frac{8}{9}$
17. $\angle A=30°$， $\overline{BC}=a=6$， $\overline{AC}=b=6\sqrt{3}$
$\frac{6}{\sin 30°}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin B}\Rightarrow 6\sin B=3\sqrt{3}\Rightarrow\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Rightarrow\angle B=60°$ 或 $120°$
(1) 若 $\angle B=60°$，已知 $\angle A=30°$，得 $\angle C=90°$
$\Rightarrow\Delta ABC$ 爲直角三角形(不合)
(2) 若 $\angle B=120°$，已知 $\angle A=30°$，得 $\angle C=30°$
$\Rightarrow\Delta ABC$ 爲鈍角三角形(合)
18. $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 、 $\overrightarrow{DA}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{CA}$ 、 $\overrightarrow{BD}$ 、 $\overrightarrow{DB}$ 共 8

個不相等向量

19. $-\dfrac{6}{5}(3,-4)=(-\dfrac{18}{5},\dfrac{24}{5})=(m,n)\Rightarrow m+n=\dfrac{6}{5}$

20. $\vec{a}=(7,2)$，$\vec{b}=(3,5)$，則$\vec{a}\cdot\vec{b}=7\times3+2\times5=31$

21. $\overrightarrow{PQ}-\overrightarrow{PR}=(\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{RQ})-\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{RQ}$

22. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}=2\vec{V}$，已知$A(2,1)$，$\vec{V}=(3,6)$

令$D(x,y)$代入$\overrightarrow{AD}=2\vec{V}$

得$(x-2,y-1)=(6,12)\Rightarrow x=8$，$y=13$

$\Rightarrow D$之坐標爲$(8,13)$

23. 令$\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角爲θ

$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2$

$\Rightarrow 4=4+4\times2\times1\times\cos\theta+4\Rightarrow 8\cos\theta=-4$

$\Rightarrow \cos\theta=-\dfrac{1}{2}$，得$\theta=120^\circ$

24. $\vec{c}$在$\vec{b}$上之正射影$=\dfrac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}$

$=\dfrac{1\times2+3\times5}{(\sqrt{10})^2}(1,3)=\dfrac{17}{10}(1,3)=(\dfrac{17}{10},\dfrac{51}{10})$

25. 因$P(x,y)$爲L：$(\sqrt{3}+1)x+(\sqrt{3}-1)y=\sqrt{3}$上的動點

則$(x-1)^2+(y-1)^2=(\overline{PA})^2$

其中P爲動點，$A(1,1)$爲定點

此題$\overline{PA}$之最小値等於$A(1,1)$到直線L之距離

$\Rightarrow \overline{PA}$最小値$=\dfrac{|\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$

$\Rightarrow (\overline{PA})^2$最小値$=(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}})^2=\dfrac{3}{8}$